

ランダム力学系理論とその応用

The Theory of Random Dynamical Systems and its Applications

研究集会

京都大学数理解析研究所の共同研究事業で下記のように研究集会を催しますので、ご案内申し上げます。

世話人 佐藤 譲 (北大) 矢野 孝次 (京大) 角 大輝 (阪大、研究代表者)

記

日時：2014年 2月 19日(水) 9:45 ~
2月 21日(金) 17:00

場所：京都大学数理解析研究所111号室
京都市左京区北白川追分町(市バス 京大農学部前 または 北白川 下車)

研究集会の趣旨と目的

自然科学や工学、社会科学の広い分野における複雑現象は離散時間あるいは連続時間の力学系で記述されることが多い。これらの決定論力学系にノイズが付加された場合に生じる現象、あるいは不定な外力が加わった非自励系で生じる現象、確率的に力学系が選ばれる系(スイッチング)で起きる現象、などは古くから興味の持たれている問題である。このようなランダム力学系の動力学的現象研究は様々な分野で行われてきた。たとえば、カオス的な力学系にノイズを付加すると秩序的な状態に遷移する(雑音誘起秩序)、逆に秩序的な力学系にノイズを付加するとカオス的な振る舞いを示す(雑音誘起カオス)といった雑音誘起現象などがその例である。こういったランダム非線形現象は様々な分野で現れるが、確率共鳴などの単純な例を除いてそのメカニズムは明らかになっていない。実際、力学系理論的観点から分析すると、自明でない数学的問題が大半を占め、現象論の統一的体系化も進んでいない。ランダム力学系理論の重要性が様々な分野において認識されつつある現在、これを総合的かつ実践的に研究し、様々なランダム非線形現象とその応用の可能性を考察していくことは、意義深い学際研究となりうる。この研究集会では、力学系理論、ランダム力学系理論、確率過程論、エルゴード理論、確率的ダイナミクス、非線形現象論とその応用に携わる研究者が一堂に会し、最新の知見の発表と意見交換を通して諸分野に新たな問題提起を行うことを目標とする。

プログラム

2月19日(水)

9:45 ~ 10:15 佐藤 譲 (北大)
雑音誘起現象へのランダム力学系アプローチ

講演要旨： 雑音誘起現象とは、決定論力学系の自然測度が微小ノイズにより大幅に変形し、決定論極限で観測されなかった現象が雑音存在下で観測されるようになる現象である。確率共鳴、ノイズ同期、雑音誘起カオスといったよく知られた雑音誘起現象は、いずれも決定論極限での力学系の不変集合とノイズとの相互作用として理解される。本講演では一般にランダム力学系で生じる複雑運動について展望する。大自由度時系列解析への応用についても触れる。

10 : 20 ~ 11 : 10 矢野 孝次 (京大)

初期時刻のない確率方程式の解の情報系について

講演要旨: 整数全体を時刻としノイズ写像で時間発展する確率方程式は, 初期時刻がある時間発展とは異なる様相を示す. 実際, 解の各時刻での値が持っている情報は, 一般に, ノイズ写像および初期値に当たるものに加え, それらのいずれとも独立なランダムネスを含んでいる. 本講演では, Tsirelson(1975) および Yor(1992) に始まる一連の研究について概観する.

11 : 20 ~ 12 : 10 篠原 克寿 (FIRST 合原プロジェクト, JST, 東大)

一次元半群作用の極小性について

講演要旨: 区間上で, 二つの写像から生成される半群作用を考える (このような設定は, ランダム力学系の研究でも自然に重要になる). 生成元が C^2 距離で恒等写像に近い場合, この半群作用が極小的になる, ということが知られている (Duminy の定理). 本講演では, 同様の問題を C^1 距離のもとで考察する.

13 : 30 ~ 14 : 20 盛田 健彦 (阪大)

Asymptotic behavior of one-dimensional random dynamical systems—
a revisit

講演要旨: 適当な条件を満たす添字集合 S をもつ区分的に C^2 -級でかつ非退化な単位区間上の変換の族 $\{\tau_s\}_{s \in S}$ を考える. 保測力学系 $(\Omega, \mathcal{F}, P, \sigma)$ と S -値確率変数 ξ を用いて定常確率変数列 $\xi_n = \xi \circ \sigma^n$ ($n = 1, 2, \dots$) を定義し時刻毎に変換を選ぶ方法を与えると, 選んだ変換の合成によって1つの確率力学系が得られる. 今回はこのような確率力学系から定まる歪積変換と保測力学系 σ のエルゴード理論的性質に関する講演者自身の過去の結果について再考する.

14 : 30 ~ 15 : 20 石谷 寛 (三重大) 石谷謙介 (名城大)

Effects of randomization on asymptotic periodicity for random iterations

講演要旨: 区分的に C^2 かつ拡大的な区間上の変換 T の Perron–Frobenius 作用素 \mathcal{L}_T はある種の漸近的な周期性をもつことが知られている. このような変換を含むクラスの変換の Random Iteration が適当な条件を満たせば, 同じ意味での漸近的周期性を持つことがわかるが, この周期性にこの Randomization が及ぼす効果について述べる.

15 : 30 ~ 16 : 20 井上 友喜 (愛媛大)

連続なランダムパラメータをもつランダム写像の不変測度とその評価

講演要旨: ランダム力学系には, さまざまなタイプのものがあるが, いくつかの写像の族の中からランダムに写像が選ばれるようなランダム写像を考える. 選択の対象となる写像が非可算個ある場合や写像の選び方が相空間上の位置に依存するような場合も考える. ある条件のもとで, ランダム写像の不変測度が存在することを紹介し, その評価についても触れる.

16:30 ~ 17:00 中野 雄史 (京大)

On the spectra of randomly perturbed partially expanding maps on \mathbb{T}^2

講演要旨: We consider random perturbations of skew products of rotations on the circle over uniform expanding maps on the circle. It is known that if the skew product satisfies a certain generic condition, then the transfer operator of the skew product has a spectral gap. We show that the spectral gap is robust under small random perturbations. This gives a precise spectral condition of the exponential decay of correlations for randomly perturbed generic dynamical systems with small noise levels. This is joint work with J. Wittsten.

2月20日(木)

9:30 ~ 10:20 角 大輝 (阪大)

ランダム複素力学系におけるランダム性誘起現象

講演要旨: 力学系は様々な数理モデルで扱われるが、そのうちのポピュラーで重要なもののうちの一つに \mathbb{R} 上の多項式力学系がある。多項式力学系では複素初期値も考えると解析が深まる。それが複素力学系の一つの動機である。また、力学系をランダム化することにより、数理モデルがより現実に合う場合もあると考えられる。以上を合わせて、ランダム複素多項式力学系を考えることに意味があると考えられる。ランダム複素力学系においては、一つの有理関数の反復合成による通常の複素力学系では決して現れない、ランダム複素力学系特有の現象(ここではランダム性誘起現象とよぶ)が多く知られ、かつ数学的に厳密に証明されている。たとえば、大概のランダム多項式力学系では、全ての初期値に対して、ほとんど全ての多項式列に対するリアプノフ指数が負になること、などがそのような現象である。また、その一方で、上記のようにシステムのカオス性が通常の複素力学系より軽減したとしても、なおかつ多アトラクタであって多様性を失わず、微分の意味ではまだある複雑さが残り、それにより「フラクタル集合の上だけで変化するような平面上の連続関数」が多く産出されうることも分かっている。

ここでは、そのような、ランダム複素力学系における、ランダム性によって誘起されるいくつかの現象を概観し、新しい視点と広大な視野を得ようとするとともに、展望も述べたい。

10:30 ~ 11:20 Johannes Jaerisch (阪大)

Hölder regularity of limit state functions in random complex dynamical systems

講演要旨: We consider the dynamics of semigroups of rational maps on the Riemann sphere and random complex dynamical systems. Under certain conditions, in the limit stage of a transition operator associated with a random complex dynamical system, a complex analogue of a devil's staircase function appears ([H. Sumi: Random complex dynamics and semigroups of holomorphic maps, Proc. London Math. Soc. (1) (2011), no. 102, 50-112]). In this talk, we employ the multifractal formalism in ergodic theory to investigate the Hölder regularity of these functions. More precisely, for these functions, we are able to relate the Hausdorff dimension of points with a prescribed Hölder exponent to dynamical properties of the semigroup. This is a joint work with H. Sumi.

11:30 ~ 12:00 矢ヶ崎一幸 (広島大)
Chaos in randomly perturbed dynamical systems

講演要旨: We consider a wide class of randomly perturbed systems subjected to stationary Gaussian processes and show that chaotic orbits exist almost surely, no matter how small the random forcing terms are.

13:10 ~ 14:00 茶碗谷 毅 (阪大)
skew-product 型の力学系におけるアトラクターの複雑化について

講演要旨: 準周期外力系においてはしばしば strange non-chaotic attractor (SNA) と呼ばれる複雑な形をもつアトラクターがみられることが知られています。本講演では主に response 側が logistic map の場合について扱い、この系における SNA の出現は非線形パラメータの変化により受動的な状態から能動的なカオスへと変化する過程で現れる現象とみることができること、及び SNA の出現等に関係する skew-product 系特有の分岐の特徴を紹介し、それらと blowout bifurcation 等のよりよく知られている分岐との間の関係について議論したい。

14:10 ~ 15:00 佐藤 譲 (北大)
Random basins in dice roll

講演要旨: 非一様な環境下でのダイスロールのベイシン構造を解析する。ダイスロール実験時系列からのランダム力学系モデルの抽出についても触れる。

15:10 ~ 16:00 藤本 仰一 (阪大)
植物器官配置の力学系ルールの抽出に向けて (講演者体調不良のためキャンセルとなりました。)

講演要旨: 花などの植物の形態形成に於いては、多数の器官が典型的な配置をとる。多くの植物種では、花びらなどの各器官は一定の時間間隔を置いて逐次的に形成され、各器官の配置や数にはフィボナッチ数列との関連が昔から指摘されている。しかし、力学系としての理解には、多くの研究の余地が残されている。この講演では、関連する発生生物学の最先端と理論研究の歴史を簡単に紹介する。器官配置に関する写像を実験データから再構成する方法や、力学系の分岐と形態進化の関係などについて、参加者と議論したい。

16:10 ~ 17:00 寺前 順之介 (阪大)
神経活動と大規模システムにおける揺らぎの意義

講演要旨: 単一神経細胞は再現性の高い応答を示す決定論的な非線形素子であるが、脳内での神経活動には強い揺らぎが伴っている。この活動は神経ダイナミクスにおける背景ノイズのようにも見えるが、単なるノイズではなく、神経細胞集団によって安定して維持されており、神経情報処理において重要な機能を有している事を報告する。さらにこの考えを拡張し、他のシステムにおける揺らぎの機能的意義についても議論したい。

18:00 ~ 20:30 交流会兼ポスターセッション(京都大学理学研究科セミナーハウス)
ポスター発表者:

中村 文彦(北大)「非拡大的な区分的線形写像の周期点に見られる Farey 構造」

発表要旨: 非拡大的な区分的線形写像 $S(x) = \alpha x + \beta \pmod{1}$ が任意の α, β ($0 < \alpha, \beta < 1$) に対して周期点を持つか、という問題を考えたところ、その α, β のパラメータ領域に Farey 数列と同じ構造が見られた。この数列を用いて 01 列の中でも Farey 数列のルールに従って有理数と一対一に対応できる 01 列 (Good sequence) を導入し、パラメータ領域の具体的な表示を試みた。加えてこのモデルにノイズが加わったランダムダイナミクスでのノイズによる周期数の変動を考察した。

本田 裕昇(鳴門教育大)「一般化ランジュバン方程式に対する脱出問題」

発表要旨: 指数相関をもつ一般化ランジュバン方程式について、ダブルウェル型ポテンシャルからの脱出問題を、理論と数値シミュレーションによって調べた。具体的には、補助変数を増やすことで系をマルコフ化し、3次元のフォッカープランク方程式を導出した。さらに、この方程式と「高次元系に対するクラマースの方法」を用いて、初通過時間を調べた。

犬伏 正信(NTT コミュニケーション科学基礎研)「半導体レーザーカオスのノイズ-ロバスト性」

発表要旨: ランダムな物理現象を用いて生成された乱数は物理乱数と呼ばれ、情報セキュリティ技術への応用が期待されている。近年、半導体レーザーに現れるカオスを用いた高速な物理乱数生成法が提案され、盛んに研究が進められているが、信頼性についてはあまり調べられていない。ポスター発表では、高信頼な物理乱数生成には『ノイズ-ロバスト性』が重要であることを述べ、半導体レーザーに現れるカオスのノイズ-ロバスト性について調べた結果を報告する。

篠原 克寿(FIRST 合原プロジェクト, JST, 東大)「An Estimate of Conversion Adulteration of beta-encoders due to beta estimation error」

発表要旨: A beta encoder is an analog-to-digital converter based on the beta expansion. In their practical implementation, each beta encoder makes the estimate of its internal (true) beta value but in general it has some error. In this presentation, we give a simple estimate of the mean squared error due to such an estimation error.

住川 豪(阪大)「Julia 集合に付随する Green 関数を用いた多項式半群の構造と力学系の解析」

ほか講演者のうち 14 名、計 18 名

2月21日(金)

10:00 ~ 10:50 秋元 琢磨(慶応大)

レーザー冷却における無限測度の役割

講演要旨: 運動量空間上において運動量の大きさに依存してジャンプの大きさが決まるランダムウォークでは、通常のランダムウォークとは異なり原点(運動量ゼロ)に落ち込む性質がある。このようなランダムウォークを実際に構築する事は可能であり、レーザー冷却として使われている。この位置依存型ランダムウォークは、ランダム力学系として記述する事が可能である。本講演では、このランダム力学系は、特定のパラメータで無限測度を持つ事を示し、レーザー冷却における無限測度の役割について議論する。

11:00 ~ 11:50 戸田 幹人 (奈良女大)
生体分子の分子動力学で探る集団運動

講演要旨: 生体分子のダイナミクスには、フェムト秒からナノ秒、さらにそれを越える時間スケールに渡って、階層的に集団運動が存在する。我々は、このような階層的な集団運動において、ミクロからナノを経てマクロに至る運動と情報の流れを理解することに興味を持っている。そのために、タンパク質を始めとする生体分子に対する分子動力学データから、生体分子の階層的集団運動を抽出する方法論を開拓し、それに基づいて生体分子機能を理解できないか、と考えて研究を行っており、今回はそのような試みを紹介する。

13:10 ~ 14:00 春名 太一 (神戸大)
少数分子化学反応系における離散性

講演要旨: 少数分子化学反応系のダイナミクスは通常、化学マスター方程式で記述される。化学フォッカープランク方程式はその連続変数による近似である。発表者は最近、離散性パラメータを導入して、ある意味で内在ノイズの性質を保ちながら両者を繋ぐ方法を提案した。本発表では、本方法を用いて、単純な自己触媒サイクル系の分岐現象などの具体的な系における離散性の役割について議論する。

14:10 ~ 15:00 小林 徹也 (東大)
細胞走性に内在する確率ダイナミクスと情報処理の諸問題

講演要旨: ミクロな細胞システムは熱的な乱雑性が当たり前の世界で機能しており、自然世界に存在する確率ダイナミクスの好例である。本発表では細胞が空間化学場の情報を読み取り行動をする走性に焦点を当て、そこに内在する確率ダイナミクスと情報処理に関する問題を明らかにしたいと思う。

15:10 ~ 16:00 堀田 武彦 (大阪府立大)
腫瘍免疫系相互作用モデルにおける周期的免疫療法の同期的効果

講演要旨: 細胞数の離散性を考慮した腫瘍免疫系の確率モデルにおいて免疫療法の効果を数値実験的に調べた。確率微分方程式による近似を用いた数値実験により、時間周期的な治療による腫瘍細胞の消滅確率の増大が見られることがわかった。この消滅確率は治療の周期に対して敏感な依存性を示し、同期的効果による増大であると言える。

16:10 ~ 16:40 中川 正基 (早稲田大)
無限峰写像とランダム力学系

講演要旨: 無限峰写像の統計的性質を理解する際、写像力学系をランダム力学系で近似する方法(ランダム化)が有効です。しかし、ランダム化の方法は軌道の性質は明らかにしますが、リアプノフ指数には決定的な違いが生じます。このことを幾つかの例を通して述べます。また、ランダム化の方法には数学的証明はありませんが、その根拠について一様分布論を挙げて考察したいと思います。

なお，プログラムには多少，変更の可能性あります．最新のプログラムと講演要旨は次のホームページをご覧ください：

<http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~sumi/RanDyn14meeting.html>

交流会兼ポスターセッションについて： 交流会兼ポスターセッションを企画しております．多くの方のご参加をお待ちしております．

日時： 2月20日（木） 18：00～20：30

会場： 京都大学理学研究科セミナーハウス

参加費： 1000円程度を予定

参加を希望されます方は，1月15日（水）までに ご氏名，所属，メールアドレスを
角大輝 [sumi\(AT\)math.sci.osaka-u.ac.jp](mailto:sumi(AT)math.sci.osaka-u.ac.jp) までご連絡ください．

ポスター発表を希望されます方は，1月20日（金）までにご氏名，所属，電子メールアドレス，ポスター題目，要旨数行を角大輝 [sumi\(AT\)math.sci.osaka-u.ac.jp](mailto:sumi(AT)math.sci.osaka-u.ac.jp) までご連絡ください．

Date: February 14, 2014.